السنة الثالثة ثانوي إعدادي	مبرهنة فيثاغورس	حلول مقترحة

تمرين 1 : $ABCD$ مستطيل حيث : $AB = 6cm$ و $AD = 9cm$.

ولتكن I منتصف القطعة $[AB]$ و J نقطة من القطعة $[AD]$ حيث $AJ = 1cm$

1

لنحسب المسافات IJ و IC و JC

لدينا في المثلث القائم الزاوية AIJ حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$IJ^2 = AI^2 + AJ^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 1^2 = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$$ منه $IJ = \sqrt{10}\,cm$

لدينا في المثلث القائم الزاوية IBC حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$IC^2 = BI^2 + BC^2 = 3^2 + 9^2 = 9 + 81 = 90$$ منه $IC = \sqrt{90}\,cm$

لدينا في المثلث القائم الزاوية JDC حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$JC^2 = DC^2 + DJ^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

بالتالي : $JC = \sqrt{100} = 10\,cm$

2

لنبين أن المثلث IJC قائم الزاوية في النقطة I

لدينا : $JC^2 = 10^2 = 100$ و $IC^2 = \left(\sqrt{90}\right)^2 = 90$ و $IJ^2 = \left(\sqrt{10}\right)^2 = 10$ ، إذن : $IJ^2 + IC^2 = JC^2$

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية نستنتج أن المثلث IJC قائم الزاوية في النقطة I

3

احسب محيط و مساحة المثلث IJC

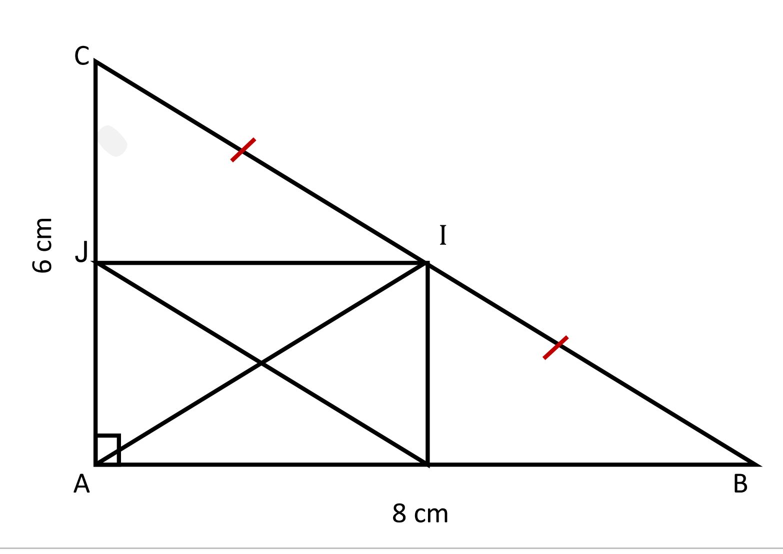
محيط المثلث IJC هو : $p = IJ + JC + CI = \sqrt{10} + 10 + \sqrt{90} = \sqrt{10} + 10 + 3\sqrt{10} = 4\sqrt{10} + 10\,cm$

بما أن المثلث IJC قائم الزاوية في النقطة I فإن مساحته هي :

$$S = \frac{IJ \times IC}{2} = \frac{\sqrt{10} \times \sqrt{90}}{2} = \frac{\sqrt{900}}{2} = \frac{30}{2} = 15\,cm^2$$

تمرين 2 : ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث : $AB = 8cm$ و $AC = 6cm$.

1



2

لنحسب IA ، لدينا في المثلث القائم الزاوية ABC حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ ، إذن : $BC = \sqrt{100} = 10\,cm$

وبما أننا نعلم أن كل مثلث قائم الزاوية يكون محاطا بدائرة قطرها هي وتره فإن :

$$IA = IB = IC = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5\,cm$$

3 - أ

لنحسب JK و IJ و IK

لدينا في المثلث ABC J منتصف $[AC]$ و K منتصف $[AB]$ ، إذن : $JK=\dfrac{BC}{2}=5$

و لدينا أيضا : J منتصف $[AC]$ و I منتصف $[BC]$ ، إذن : $IJ=\dfrac{AB}{2}=4$

و أيضا : I منتصف $[BC]$ و K منتصف $[AB]$ ، إذن : $IK=\dfrac{AC}{2}=3$

ب

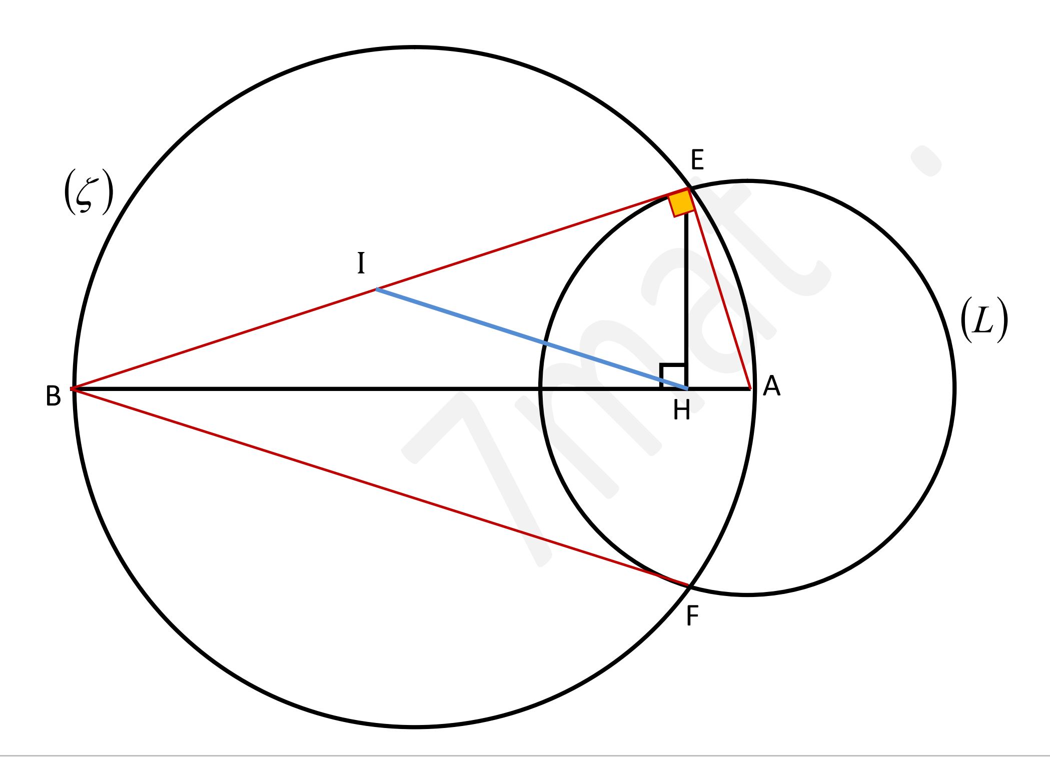
لدينا : $JK^2=25$ و $IJ^2=16$ و $IK^2=9$

بما أن : $9+16=25$ فإن : $IK^2+IJ^2=JK^2$

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث IJK مثلث قائم الزاوية

<u>تمرين 3</u> : (ζ) دائرة قطرها $AB=13cm$ ، الدائرة (L) التي مركزها A وشعاعها $5cm$ تقطع (ζ) في E و F

1



2

لنحسب BE و BF

لدينا (ζ) دائرة قطرها $[AB]$ و E نقطة منها إذن المثلث القائم الزاوية ABE في E

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن: $AB^2=BE^2+EA^2$ منه :

$BE^2=AB^2-EA^2$

$BE^2=13^2-5^2$

$BE^2=169-25$

$BE^2=144$

$BE=12\ cm$

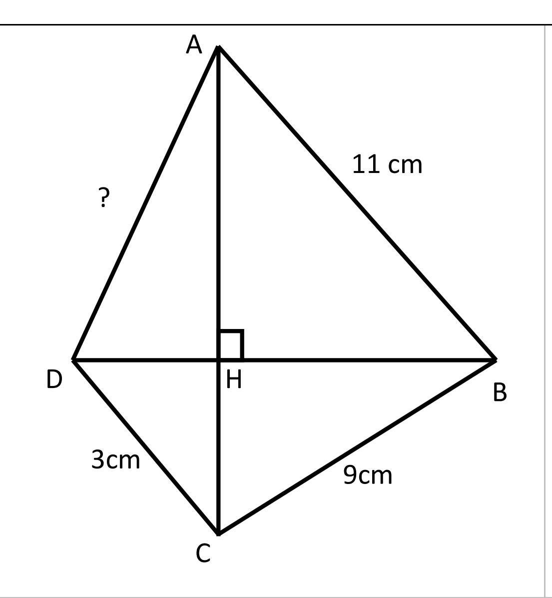
وبنفس الطريقة نجد أن: $BF=12cm$

3

لنحسب IH

بما أن EBH مثلث قائم الزاوية في H فهو محاط بدائرة قطرها $[EB]$، بالتالي: $IH=IB=IE=\dfrac{EB}{2}=6cm$

تمرين 4 : ـ مزيدا من التفكير ـ



في الشكل جانبه : $ABCD$ رباعي قطراه متعامدان حيث :

$AB = 11cm$ و $BC = 9cm$ و $DC = 3cm$

لنحسب AD

لدينا المثلثات ABH و BCH و DCH و ADH قائمة الزاوية في H

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$AB^2 = AH^2 + BH^2$ و $DC^2 = DH^2 + CH^2$ و $BC^2 = BH^2 + CH^2$ و $AD^2 = AH^2 + DH^2$

منه: $AB^2 + DC^2 = AH^2 + BH^2 + DH^2 + CH^2$ و $BC^2 + AD^2 = BH^2 + CH^2 + AH^2 + DH^2$

نستنتج إذن أن : $BC^2 + AD^2 = AB^2 + DC^2$ ، منه : $AD^2 = AB^2 + DC^2 - BC^2$

منه:

$AD^2 = 11^2 + 3^2 - 9^2$

$AD^2 = 121 + 9 - 81$

$AD^2 = 130 - 81$

$AD^2 = 49$

بالتالي : $AD = 7cm$